

文章编号: 1000-8055(2009)06-1413-07

航空发动机二自由度鲁棒控制 LMI 方法研究

王海泉, 郭迎清, 陆 军, 李光耀
(西北工业大学 动力与能源学院, 西安 710072)

摘 要: 为克服传统鲁棒控制器无法兼顾系统的性能和鲁棒性要求的缺陷, 引入二自由度控制结构, 以对使目标值跟踪特性为最优的参数和使外扰抑制特性为最优的参数分别进行整定, 并使用线性矩阵不等式 (Linear matrix inequality, LMI) 方法对二自由度鲁棒控制器求解, 克服传统 Riccati 方法中的种种缺陷. 以某型涡扇航空发动机为对象, 设计了基于 LMI 解法的二自由度 H_1 回路成形控制器, 并在构建的航空发动机数控系统实时仿真平台上进行了硬件回路仿真, 结果表明所设计的控制器具有良好的跟踪和鲁棒特性, 满足航空发动机控制要求.

关 键 词: 二自由度; 鲁棒控制; LMI (线性矩阵不等式); 硬件在回路仿真;
中图分类号: V233.7 **文献标识码:** A

Research of aeroengine two degree-of-freedom robust controller based on linear matrix inequality approach

WANG Haquan, GUO Yingqing, LU Jun, LI Guangyao

(School of Power and Energy, Northwestern Polytechnical University, Xpan 710072, China)

Abstract: In order to overcome the shortcoming of traditional one degree-of-freedom structure and improve the tracking performance while maintaining stability robustness, two degrees-of-freedom control structure was introduced in this paper, then the synthesis techniques based on linear matrix inequality (LMI) was introduced to solve the disadvantages of this controller as compared with the traditional Riccati approach. The two degrees-of-freedom H_1 loop-shaping approach was applied to a turbofan aeroengine, and the hardware in-the-loop simulation based on the real-time simulation platform was implemented. The simulation results show that the excellent robustness and command-tracking properties of the controller are obtained, and the two-degree-of-freedom H_1 loop-shaping methodology is suitable for aeroengine control.

Key words: two degrees-of-freedom; robust controller; LMI (linear matrix inequality); hardware in-the-loop simulation

在 20 世纪 80 年代 Zames 提出将 H_1 范数作为目标函数对系统进行优化设计以来, H_1 控制一直是控制界的研究热点之一. 特别是二自由度 H_1 控制方法克服了单自由度控制的缺陷, 而具有同时满足目标跟踪特性和干扰抑制特性的特点^[1], 更被广泛应用于现代控制系统设计中, 但一

般的二自由度 H_1 控制方法是通过迭代求解 Riccati 方程得到 H_1 控制器, 无法得到满足多方面性能指标最优的唯一解, 且其求解过程往往依赖于参数的调整, 无法对某些性能指标进行优化. 而近年来被广泛关注的线性矩阵不等式 (LMI) 方法将控制问题转化为线性矩阵不等式系统的可行性

收稿日期: 2008-06-23; 修订日期: 2008-10-23

作者简介: 王海泉 (1981-), 男, 河南郑州人, 博士生, 主要从事航空发动机鲁棒控制系统设计仿真研究.

E-mail: whq036076260@mail.nwpu.edu.cn

问题,或是具有线性矩阵不等式约束的凸优化问题,并利用凸优化问题的内点法求解,相对于 Riccati 求解方法忽略了对原系统的假设条件,简化了设计步骤,克服了保守性^[23]. 本文将 LMI 算法应用于二自由度 H_1 回路成形控制器设计中,对某型航空发动机进行鲁棒控制器设计,并通过硬件在回路仿真验证,证明了该方法在发动机控制上应用的有效性.

1 H_1 问题的 LMI 解法

设系统如图 1 所示,图中 w 为外部信号(包括参考输入、干扰信号、噪声等), u 为控制输入, y 为观测信号, z 为广义控制误差. P 和 K 分别表示广义控制对象和控制器,前者是系统的给定部分,包括实际控制对象、权函数,而控制器 K 是需要设计的部分.

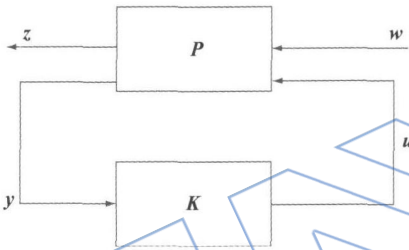


图 1 标准 H_1 控制设计问题
Fig. 1 H_1 system description

广义被控对象 P 的状态空间实现可表示为

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1w + B_2u \\ z = C_1x + D_{11}w + D_{12}u \\ y = C_2x + D_{21}w + D_{22}u \end{cases} \quad (1)$$

$$P(s) = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \quad (2)$$

其应满足如下条件: ¹ (A, B_2, C_2) 是能稳定能检测的; ² $D_{22} = 0$.

H_1 标准控制问题可定义如下: 对于给定的正数 C 及对象 $P(s)$, 求反馈控制器 $K(s)$, 使得系统内部稳定, 且由干扰信号 w 到评价输出信号 z 的传递函数 T_{zw} 满足

$$\|T_{zw}\|_1 < C$$

对于上述的标准 H_1 控制问题, 引入有界实引理并在此引理基础上进行 LMI 方法的分析.

有界实引理: 设 $C > 0$, 且 $P(s)$ 的最小实现由 (A, B, C, D) 给出, 则 A 是稳定阵, 且 $\|T_{zw}\|_1 <$

C 的充分必要条件是存在 $X > 0$ 满足

$$\begin{bmatrix} XA + A^T X & XB & C^T \\ B^T X & -C & D^T \\ C & D & -C \end{bmatrix} < 0$$

那么对于图 1 所示的系统, 设 H_1 控制器为

$$K(s) = \begin{bmatrix} A_k & B_k \\ C_k & D_k \end{bmatrix}$$

则由 $P(s)$ 的状态空间实现, 易知系统的闭环传递矩阵为

$$T_{zw}(s) = \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ C_c & D_c \end{bmatrix}$$

其中

$$\begin{bmatrix} A_c & B_c \\ C_c & D_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B}_1 \\ \bar{C}_1 & \bar{D}_{11} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{B}_2 \\ \bar{D}_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{C}_2 & \bar{D}_{21} \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} D_k & C_k \\ B_k & A_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B}_1 & \bar{B}_2 \\ \bar{C}_1 & \bar{D}_{11} & \bar{D}_{12} \\ \bar{C}_2 & \bar{D}_{21} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 & B_1 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I \\ C_1 & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 \\ C_2 & 0 & D_{21} & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

根据有界实引理, 上述条件可以得到 H_1 控制问题的可解条件是^[4]: 存在 $Y > 0$ 满足

$$Q + E^T (F + F^T) E < 0 \quad (3)$$

其中 $Q = \begin{bmatrix} \bar{A}^T Y + Y \bar{A} & Y \bar{B}_1 & \bar{C}_1^T \\ \bar{B}_1^T Y & -C & \bar{D}_{11}^T \\ \bar{C}_1 & \bar{D}_{11} & -C \end{bmatrix}$,

$$E = [Y \bar{B}_2 \quad 0 \quad \bar{D}_{12}], \quad F = [\bar{C}_2 \quad \bar{D}_{21} \quad 0]$$

式(3) 可以变形为

$$\begin{cases} E_L^T Q E_L < 0 \\ F_L^T Q F_L < 0 \end{cases} \quad (4)$$

其中 E_L 是满足 $EA = 0$ 的满秩矩阵 A 中列数最多的矩阵. 通过求解式(4) 的矩阵不等式, 可以得到矩阵 Y 的值, 然后将 Y 代入式(3), 从而得到只含矩阵变量 $(\cdot)$ 的线性矩阵不等式, 进而求出满足要求的 H_1 控制器参数 $(\cdot)$.

2 基于 LMI 的二自由度 H_1 回路成形方法

H_1 回路成形设计是将闭环系统的设计目标用开环回路传递函数来描述, 它通过调整回

路传递函数的奇异值形状,使最终的闭环系统满足期望的性能指标:低频段的高稳态增益来满足扰动抑制和指令跟踪性能;高频段的低增益来保证鲁棒性、噪声抑制等. 本文的二自由度 H_1 设计方法是在回路成形方法基础上进行分析.

二自由度控制结构由输入信号的前置滤波器和反馈控制器组成,如图 2 所示. 所谓二自由度控制,就是将反映扰动抑制能力的反馈控制器 K_f ,和反映指令跟踪能力的前置滤波器 K_p 分别独立进行设计,使两特性同时达到最优^[5]. 而二自由度 H_1 回路成形方法(设计结构如图 3)就是通过引入前补偿器 W_1 使原始对象 G_s 的开环传递函数奇异值曲线满足鲁棒稳定性的要求,之后针对成形后的被控对象 $G = G_s \# W_1$ 设计鲁棒控制器 $K = [K_p \ K_f]$,保证在摄动 $\$N$ 和 $\$M$ 作用下,从信号 $[r \ w]c$ 到 $[u \ y \ e]c$ 的传递函数的 H_1 范数最小,其中 G 可以表示为左互质因式分解 $G = M^{-1}N$. $\$N$ 和 $\$M$ 为在左互质分解传递函数的每个因子上的摄动.

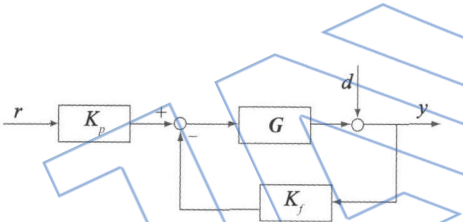


图 2 二自由度控制系统结构图

Fig. 2 Structure of the control system

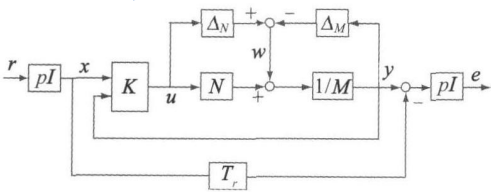


图 3 二自由度 H_∞ 回路成形方法设计框图

Fig. 3 Two degrees-of-freedom H_∞ loop-shaping design problem

图 3 中 T_r 为由设计者选定的具有理想时间响应特性的参考模型. 比例因子 p 用来调节鲁棒性要求和模型匹配要求, p 越大就越强调系统闭环响应同参考模型响应的逼近性. 前置滤波器 K_p 的作用是保证从 x 到 y 的闭环传递函数与参考模型匹配. 反馈控制器 K_f 是用来实现闭环系统的鲁棒稳定性和扰动抑制. 由图 3 可得:

$$\begin{bmatrix} u \\ y \\ e \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} p(I - K_f G)^{-1} K_p & K_f (I - G K_f)^{-1} M^{-1} \\ p(I - G K_f)^{-1} G K_p & (I - G K_f)^{-1} M^{-1} \\ p^2 [(I - G K_f)^{-1} G K_p - T_r] & p(I - G K_f)^{-1} M^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ w \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$u = K \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = [K_p \ K_f] \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (6)$$

为利用 LMI 解法, 将式 (5) 和式 (6) 转化为图 1 所示的标准 H_1 最优控制形式, 其中外部信号 $[r^T \ w^T]^T$ 、控制输入信号 u 、测量信号 $[x^T \ y^T]^T$ 及误差信号 $[u^T \ y^T \ e^T]^T$ 的关系为

$$\begin{bmatrix} u \\ y \\ e \\ x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ w \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc|c} 0 & 0 & I \\ 0 & M^{-1} & G \\ \hline -p^2 T_r & pM^{-1} & pG \\ \hline pI & 0 & 0 \\ 0 & M^{-1} & G \end{array} \right] \begin{bmatrix} r \\ w \\ u \end{bmatrix}$$

假如成形后的系统 G 和期望的稳定闭环模型 T_r 有如下的状态控制表示形式

$$G = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad T_r = \begin{bmatrix} A_r & B_r \\ C_r & D_r \end{bmatrix}$$

则 P 又可以表示为

$$P =$$

$$\begin{bmatrix} A & 0 & 0 & (BD^T + ZC^T)R^{1/2} & B \\ 0 & A_r & B_r & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & I \\ C & 0 & 0 & R^{1/2} & D \\ pC - p^2G & -p^2D_r & pR^{1/2} & & pD \\ \hline 0 & 0 & pI & 0 & 0 \\ C & 0 & 0 & R^{1/2} & D \end{bmatrix}$$

其中 $R = I + DD^T$, I 为单位矩阵, Z 是如下 Riccati 方程的唯一解:

$$(A - BS^{-1}D^TC)Z + Z(A - BS^{-1}D^TC)^T - ZC^TR^{-1}CZ + BS^{-1}B^T = 0$$

得到了广义对象 P , 就可以利用前述标准 LMI 求解步骤求出满足要求的控制器 K .

基于 LMI 的 H_1 二自由度控制器设计步骤可以归结如下:

- 1) 选择形如 $\begin{bmatrix} \frac{1}{as+b} & 0 \\ 0 & \frac{1}{cs+d} \end{bmatrix}$ 的预补偿器 W_i 并调整 a, b, c, d 的参数, 对被控对象进行整形, 得到期望的奇异值曲线形状, 这种形式的 W_i 的引入还可以保证广义模型 P 中的 $D_{22} = 0$;
- 2) 选择一个对角的一阶或二阶参考模型, 使其能够反映对系统时间响应的需求^[5];
- 3) 选择 p 的值, 通常 $1 \leq p \leq 3$;
- 4) 对于成形后的对象 G , 期望模型 T_r 和参数 p , 利用标准 LMI 求解步骤计算满足鲁棒稳定边界要求的 H_1 二自由度控制器 $K = [K_p \quad K_r]$;
- 5) 对所设计的控制器进行分析仿真, 重新调整 p, T_r 或 W_i 的参数以获得更优良的控制效果.

为了保证被控对象的输出在稳态下能较好的跟踪参考模型的输出, 本文考虑对控制回路进行如图 4 变形, 引入常矩阵 W 对输入信号进行转换, $W = [(I - G(s)K_r(s))^{-1}G(s)K_p(s)]^{-1}T_r(s) |_{s=0}$ 从而保证在稳态时从输入 r 到控制输出 y 的传递函数矩阵与期望参考模型 T_r 精确匹配, 不仅有效保证整个系统的稳态性能, 同时避免了反复调整参数来满足稳态要求的复杂性. 变形后控制系统中 $K_1 \# W_i$ 代替前置滤波器 K_1 , 而标称对象的二自由度控制器变为 $K_s = [K_1 \# W_i \quad K_2] \# W_1$.

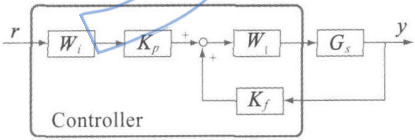


图 4 变形后的控制回路
Fig. 4 Control system after transfiguring

3 航空发动机二自由度 H_1 控制器设计

本文以某型涡扇发动机在 $H = 0 \text{ km}$, $Ma = 0$ 下的工作状态为标称设计点, 进行基于 LMI 解法的二自由度 H_1 回路成形控制器设计. 选取低、高压转子转速作为状态变量 $x = [x_{n1} \ x_{n2}]^T$, 燃油流量、尾喷口面积作为控制量 $u = [W_{fn} \ A_8]^T$, 低压转子转速、落压比作为输出量 $y = [x_{n3} \ p_{36}]^T$, 此工作点线性归一化状态空间模型为

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} -11.9475 & -11.0307 \\ -0.1226 & -2.4238 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0.17424 & 0.15877 \\ 0.15038 & 0.1413 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0.16129 & -0.14895 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.1412 & 0.17539 \end{bmatrix} u \end{cases}$$

由于对象的线性模型相对简单, 同时考虑到尽量降低控制器的阶数, 选择如下形式较简单的预补

偿器 $W_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{as+b} & 0 \\ 0 & \frac{1}{cs+d} \end{bmatrix}$, 通过反复试算, 对于满

足回路成形指标要求的 W_i 作出如下选择: $W_i =$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{0.14s+0.00029} & 0 \\ 0 & \frac{1}{0.1209677s+0.000065} \end{bmatrix}, \text{ 成}$$

形后的系统奇异值曲线如图 5.

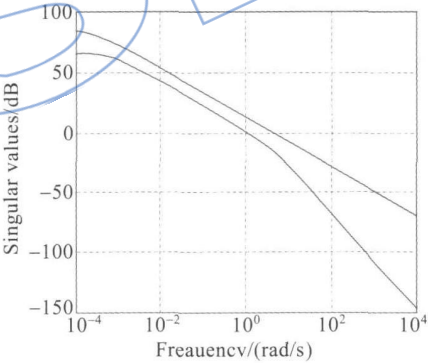


图 5 成形后系统奇异值曲线
Fig. 5 Singular value plots of the shaped system

选择参考模型 $T_r = \frac{21}{s^2 + 7.9s + 21}$, 作为反映整个闭环系统希望达到的性能的标准, 并选定 $p = 2.2$, 这样就可得到广义模型并利用上面介绍的基于 LMI 解法的 H_1 控制方法完成二自由度控制器 K_s 的求解.

通过对控制器设计结果的分析, 发现使用 LMI 方法求得的变形前的控制器 K 的阶数 (10 阶) 明显比传统的 Riccati 方法得到的控制器阶数 (8 阶) 高, 这样的高阶次控制器不利用工程实现, 且容易引起时滞, 影响控制品质, 本文考虑使用 Schur 方法对控制器进行降阶处理, 得到的控制器最高阶数仅为 5 阶 (仅列出 K_{11}), 为控制器的

在线实现提供了保障:

$$\frac{21\,098\, @10^4\, s^4 + 71\,962\, @10^5\, s^3 +}{s^5 + 11\,464\, @10^4\, s^4 + 51\,914\, @10^5\, s^3 +} y$$
$$z \frac{81\,508\, @10^6\, s^2 + 31\,11\, @10^7\, s + 21\,511\, @10^7}{71\,422\, @10^6\, s^2 + 31\,897\, @10^7\, s + 71\,584\, @10^7}$$

那么究竟所设计的降阶的控制器性能如何, 本文首先在 MATLAB/ Simulink 下对控制器进行了仿真验证. 图 6 是在涡轮落压比参考输入端输入单位阶跃信号的响应曲线, 并和使用 Riccati 方法设计的控制器进行了对比.

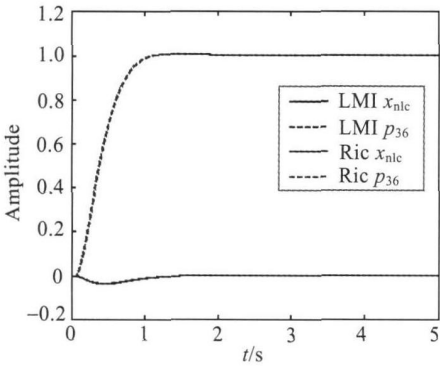


图 6 阶跃响应
Fig. 6 Step responses of the system

从结果可以看出在控制器作用下, 系统具有很强的指令跟踪能力, 响应调节时间约为 11.2 s, 很好的吻合了参考模型所期望的动态品质, 无超调且静态解耦. 整个系统响应和 Riccati 解法得到控制器的控制响应几乎完全一致.

图 7 刻画了系统在频率为 100 rad/s 的正弦波测量噪声作用下的响应情况. 从结果可以看出, 与 Riccati 方法一致, 利用 LMI 算法设计的控制器具有良好的鲁棒性, 在噪声影响下仍能确保良好的解耦和跟踪能力.

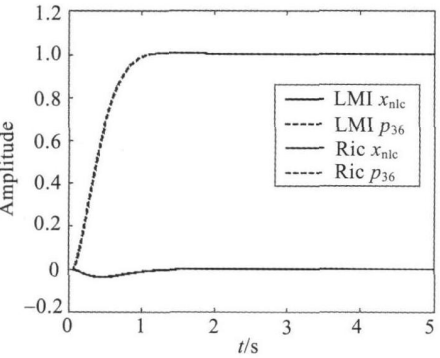


图 7 加入高频噪声后的阶跃响应
Fig. 7 Step responses with noises

因此, 使用 LMI 解法设计控制器, 求解过程简单明了, 得到的控制器在航空发动机应用时具有良好的控制性能, 完全满足系统要求.

4 硬件在回路仿真验证

对所设计的基于 LMI 解法的降阶二自由度 H_1 回路成形控制器, 在所构建的快速原形化实时仿真平台^[6]上进行硬件在回路仿真以对其性能进行评估. 该平台结构如图 8 所示. 此仿真平台能够直接将在 MATLAB/ Simulink 下搭建的控制器模块通过 RTWEC 工具箱进行嵌入式代码自动生成, 并下载到发动机数字电子控制器 (DEEC) 中作为控制程序; DEEC 和仿真发动机运行的工控机组成实时仿真回路, 可实现对所设计控制器的性能验证.

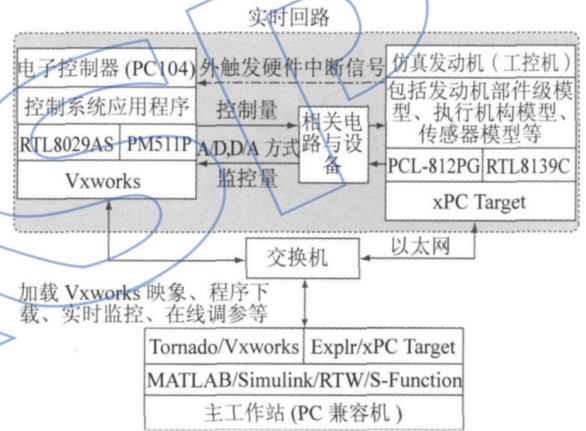


图 8 硬件在回路实时仿真平台结构
Fig. 8 Structure frame of the simulation platform

首先进行地面状态 ($H = 0\text{ km}$, $Ma = 0$) 下全过程仿真. 在实验过程中, 首先使发动机由中间稳定状态 ($A = 40b$) 加速至最大非加力状态 ($A = 70b$), 稳定一段时间后加大油门杆角度至 $130b$ 即发动机进入全加力状态, 随后进行加力切断, A 再度回到 $70b$, 并于稳定之后减速到中间稳定状态 ($A = 50b$), 发动机各个参数的变化如图 9 所示.

表 1 仿真运行步骤

Table 1 Simulation procedure

时刻 t/s	油门杆角度/ (b)	加力开启
0	45(加速并稳定)	否
10	70(加速并稳定)	否
20	130(至最大加力状态稳定)	是
30	70(加力切断并稳定)	否
40	60(减速并稳定)	否

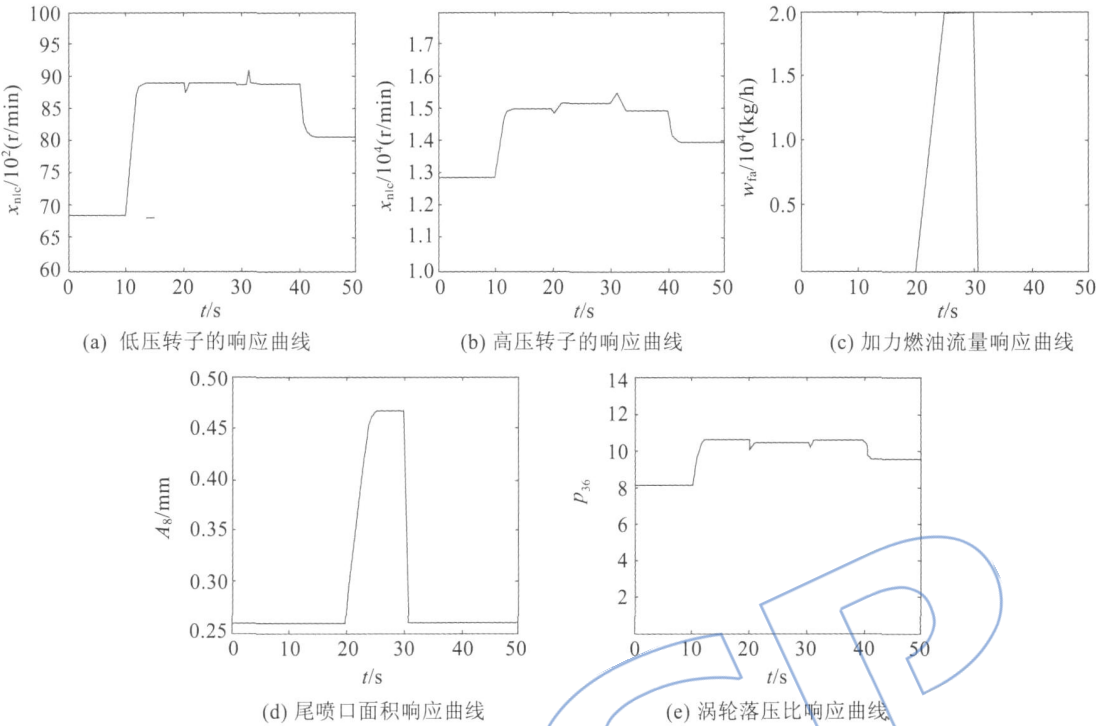


图 9 发动机在地面状态下的硬件在回路仿真结果
Fig. 9 Results of hardware in-the-loop simulation at (0,0)

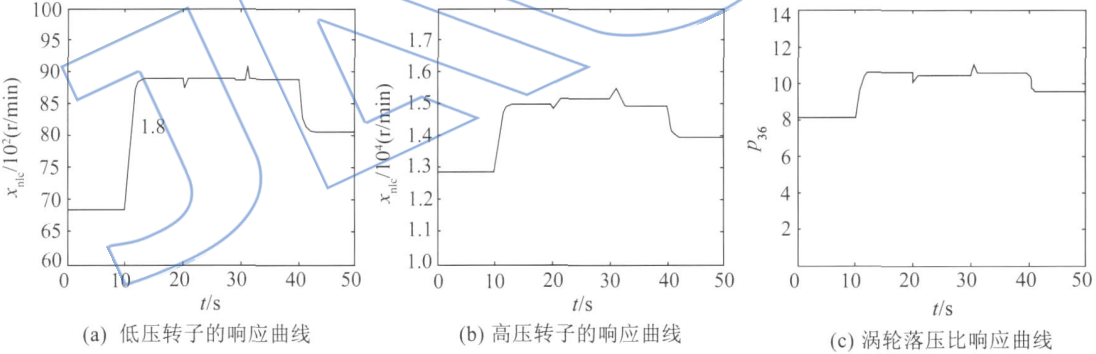


图 10 发动机在(2.5,0.9)状态下的硬件在回路仿真结果
Fig. 10 Results of hardware in-the-loop simulation at (2.5,0.9)

接下来为检验该控制器对不同飞行状态的鲁棒性,将其应用到(2.5,0.9)状态下的非线性发动机模型上,重复表 1 的仿真过程,结果见图 10(仅列出部分参数)。

从仿真结果可以看出,在设计的鲁棒控制器作用下,无论是在设计点还是非设计点,控制器动态过程均响应迅速、无稳态误差,发动机加减速性能和跟踪指令性能良好,加力开通和加力切断过程中核心发动机状态维持不变,各参数波动较小,例如在地面状态下仿真时,涡轮落压比 p_{36} 的值最大变化幅度仅为稳态工作点数值的 2%,实现发

动机状态的平稳切换,同时对于发动机工作状态的变化具有很强的鲁棒性,证实了所设计控制器的良好性能。

5 结 论

本文引入二自由度回路成形 H_1 鲁棒控制方法并介绍了利用 LMI 解法完成该控制器求解的设计过程.将该方法应用于某型涡扇航空发动机的控制器设计,并在实时仿真平台上对该控制进行了硬件在回路仿真验证,结果证明了该方法对于航空发动机控制的良好适用性。

参考文献:

[1] Smerlas A, Postlethwaite I. H₂ loopshaping the Bell 205 helicopter case study[R]. AIAA 92-275, 1999.

[2] 覃道亮, 王曦, 郑铁军. 基于 LMI 涡扇发动机混合加权灵敏度 H₂ 动态输出反馈控制[J]. 航空动力学报, 2005, 20(2): 302-313.
TAN Daoliang, WANG Xi, ZHENG Tiejun. Turbofan engine dynamic output feedback control with mixed weighted sensitivity based on LMI [J]. Journal of Aerospace Power, 2005, 20(2): 302-313. (in Chinese)

[3] Ghaoui L, Niculescu S I. Advances in linear matrix inequality methods in control [M]. Philadelphia, PA: Society for Industrial Applied Mathematics, 2000.

[4] 俞立. 鲁棒控制))) 线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.

[5] Skogestad S, Postlethwaite I. Multivariable feedback control[M]. England: John Wiley and Sons Ltd, 2005.

[6] 陆军, 郭迎清. 基于 RTWEC 的控制算法自动代码生成技术研究[J]. 航空动力学报, 2008, 23(6): 1132-1134.
LU Jun, GUO Yingqing. Research on automatic code generation technology for control method based on RTWEC [J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(6): 1132-1134. (in Chinese)

[7] Sun Jianguo, Vasilyev V. Advanced multivariable control system of aeroengines [M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2005.

